

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



25.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1. В. 05 Асимптотические методы

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки:

Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра математического анализа

6. Составители программы: Курина Галина Алексеевна, доктор физико – математических наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета протокол от 25.05.2023, №0500-06

8. Учебный год: 2025/2026

Семестр(ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

Овладение конкретными математическими знаниями, классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; совершенствование математического образования.

Задачи дисциплины:

Основная задача – обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний, умение применить их при решении задач естествознания, формирование устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие математических способностей, ориентации на профессию.

Выработка умения правильно выбирать асимптотический метод в зависимости от постановки задачи; приобретение навыков применения асимптотических методов для решения различных теоретических и прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: вариативная часть.

Дисциплина «Асимптотические методы» базируется на знаниях, полученных в рамках курсов «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках. Полученные знания могут быть использованы при продолжении образования в аспирантуре и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен оформлять результаты научно-исследовательских работ	ПК-2.3	Имеет практический опыт в оформлении результатов научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">- основные стандарты, нормы и правила оформления результатов научно-исследовательских работ <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">- четко ставить задачи и грамотно формулировать выводы по результатам исследования <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">- навыками оформления результатов научно-

				исследовательской деятельности в математике и информатике
ПК-3	Способен решать задачи аналитического характера, предполагающие выбор и многообразие актуальных способов решения в области естествознания, экономики и управления	ПК-3.1	Знает современные методы разработки и реализации математических моделей	Знать: - принципы и этапы построения научной работы, способы научной аргументации Уметь: - выбирать подходящие методы решения задач и представлять научные результаты в различных форматах, исследования устойчивости моделей, описывающих реальные процессы Владеть: - навыками дискуссии, способностью публично представлять собственные и известные научные результаты
		ПК-3.2	Умеет разрабатывать математические модели в области естествознания, экономики и управления, а также реализовывать алгоритмы математических моделей на базе пакетов прикладных программ моделирования	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 3 / 108

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		№ семестра 5
Аудиторные занятия	32	32
В том числе:		
лекции	18	18
практические	18	18
лабораторные		
Самостоятельная работа	72	72
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – 0 час.)		
Итого:	108	108

13.1. Содержание дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Влияние малого параметра на решение задач различных типов	Значение асимптотических методов. Возмущения регулярные и сингулярные.
1.2	Асимптотические последовательности и ряды	Символы O и o , асимптотические равенства. Асимптотические последовательности и ряды. Виды асимптотических разложений.
1.3	Асимптотические последовательности и ряды	Действия с асимптотическими рядами
1.4	Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений	Асимптотика решений трансцендентных уравнений
1.5	Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений	Диаграмма Ньютона.
1.6	Асимптотика интегралов	Использование метода интегрирования по частям, метод Лапласа, метод стационарной фазы
1.7	Асимптотика решений обыкновенных дифференциальных уравнений, регулярно зависящих от малого параметра	Метод Пуанкаре построения асимптотического решения регулярно возмущенных дифференциальных уравнений.
1.8	Асимптотика решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений	Метод Васильевой асимптотического решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. Начальные и краевые задачи для сингулярно возмущенных уравнений.
2. Практические занятия		
2.1	Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений	Асимптотика решений трансцендентных уравнений
2.2	Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений	Диаграмма Ньютона
2.3	Асимптотика интегралов	Использование метода интегрирования по частям для построения асимптотики интегралов
2.4	Асимптотика интегралов	Метод Лапласа, метод стационарной фазы
2.5	Асимптотика решений обыкновенных дифференциальных уравнений, регулярно зависящих от малого параметра	Метод Пуанкаре построения асимптотического решения регулярно возмущенных дифференциальных уравнений
2.6	Асимптотика решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных	Метод Васильевой асимптотического решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. Начальные задачи

уравнений	
-----------	--

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практически	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Влияние малого параметра на решение задач различных типов	2			10	2
2	Асимптотические последовательности и ряды	6			8	12
3	Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений	2	6		10	18
4	Асимптотика интегралов	2	2		18	12
5	Асимптотика решений обыкновенных дифференциальных уравнений, регулярно зависящих от малого параметра	2	4		10	14
6	Асимптотика решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений	4	6		16	14
	Итого:	18	18		72	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении курса «Асимптотические методы» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем. В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания к лекционным занятиям

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Методические рекомендации студентам к практическим занятиям

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия требуют помимо знаний теоретического материала еще и навыков решения практических задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на непонятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их.

Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводились к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенности в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения,

Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.

Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в методических указаниях по данной дисциплине.

Методические рекомендации студентам к самостоятельной работе

Среди основных видов самостоятельной работы студентов выделяют следующие: подготовка к лекциям, семинарским и практическим занятиям, зачетам и экзаменам, презентациям и докладам; написание рефератов, выполнение лабораторных и контрольных работ, участие в научной работе. Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.

Студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<i>Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева [и др.] .— Изд. 3-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2010 .— 429 с. : ил. — Библиогр.: с.428-429 .— ISBN 978-5-8114-0988-4.</i>
2	<i>Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : / Г. М. Фихтенгольц .— Москва : Лань, 2009 .— (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники) .— .— ISBN 978-5-8114-0672-2 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=408>.</i>
3	<i>Ломов, Сергей Александрович. Основы математической теории пограничного слоя / С.А. Ломов, И.С. Ломов .— Москва : Издательство Московского университета, 2011 .— 453 с. — Парал. тит. л., рез. англ. — Библиогр.: с.428-440 .— Предм. указ.: с.441-447 .— ISBN 978-5-211-05843-9.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	<i>Тихонов, Андрей Николаевич. Дифференциальные уравнения : Учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— 4-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2002 .— 253 с. — (Курс высшей математики и математической физики ; Вып. 6) .— ISBN 5-9221-0277-X .— ISBN 5-9221-0134-X.</i>
5	<i>Васильева, Аделаида Борисовна. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов .— М. : Высшая школа, 1990 .— 207,[1] с</i>
6	<i>Ильин, Арлен Михайлович. Асимптотические методы в анализе / А.М. Ильин, А.Р. Данилин .— М. : Физматлит, 2009 .— 248 с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
7	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета http://www.lib.vsu.ru
8	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый на лекции, и в выполнении практических индивидуальных заданий. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, в том числе, среди сетевых ресурсов, уметь находить подходящие источники, творчески и критически перерабатывать информацию, научиться сопоставлять различные точки зрения и определять методы исследований, а также представлять в письменной форме изложение результатов асимптотического решения задач.

№ п/п	Источник
1	<i>Ильин, Арлен Михайлович. Асимптотические методы в анализе / А.М. Ильин, А.Р. Данилин .— М. : Физматлит, 2009 .— 248 с.</i>
2	<i>Васильева, Аделаида Борисовна. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов .— М. : Высшая школа, 1990 .— 207,[1] с</i>
3	<i>Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете</i>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии на портале «Электронный университет ВГУ».

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и лабораторных занятий используются учебные аудитории. Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1.

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom

(сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>)

FreePascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>);

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>)

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

19. Фонд оценочных средств:

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
---	--	---	----------------------------

<p>ПК-3 способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знать основные определения, понятия и идеи изучаемых разделов курса.</p> <p>Уметь применять математический аппарат для решения поставленных задач, анализировать полученные результаты.</p> <p>Владеть методами самостоятельного решения задач на основе полученных знаний.</p>	<p>1.1-1.8</p>	<p>КИМ (зачет), КИМ (Контрольная работа)</p>
<p>ПК-2 способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики</p>	<p>Знать методы решения задач, возникающих в научно-исследовательской деятельности.</p> <p>Уметь решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры, грамотно использовать определения, понятия и идеи курса в профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами.</p>	<p>1.1-1.8</p>	<p>КИМ (зачет), КИМ (Контрольная работа)</p>
<p>Промежуточная аттестация</p>		<p>КИМ (Зачет)</p>	

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>«Зачтено» выставляется студенту за знание понятий асимптотической последовательности и рядов, основных типов асимптотических разложений для различных задач; умение самостоятельно работать с различными источниками информации, анализировать полученные результаты, умение проводить численные расчеты для нахождения асимптотических разложений; владение использованием стандартных программ для решения дифференциальных уравнений в процессе построения асимптотических разложений. Ответ на контрольно-измерительный материал соответствует одному или более, чем одному, из перечисленных показателей, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть, не совсем полные. Демонстрирует знание учебного материала, возможно с некоторыми ошибками. Показывает и объясняет выполненные индивидуальные задания.</p>	<p>Пороговый уровень и выше порогового</p>	<p>«Зачтено»</p>
<p>Фрагментарные знания или отсутствие знаний и умений. Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала. Студент допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.</p>	<p>Ниже порогового уровня</p>	<p>"Не зачтено"</p>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ и лабораторных работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено». Критерии оценивания результатов обучения при текущей аттестации.

Перечень заданий для контрольной работы

1. Разложить функцию в ряд.
2. Найти асимптотику решения алгебраического уравнения, используя диаграмму Ньютона.
3. Построить асимптотику интеграла.
5. Построить асимптотику решения сингулярно возмущенной начальной задачи.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в 5 семестре по дисциплине заключается в защите индивидуальных заданий и собеседовании по теоретическим вопросам.

Перечень вопросов к зачету:

1. Значение асимптотических методов
2. Возмущения регулярные и сингулярные
3. Символы O и o , асимптотические равенства
4. Асимптотические последовательности и ряды
5. Действия с асимптотическими рядами
6. Асимптотика решений алгебраических и трансцендентных уравнений
7. Диаграмма Ньютона
8. Использование метода интегрирования по частям для асимптотического интегрирования
9. Метод Пуанкаре для построения асимптотического решения регулярно возмущенных дифференциальных уравнений
10. Метод Васильевой асимптотического решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений

Оценка знаний при проведении зачета ведется по учету работы в ходе семестра и результатам контрольной работы.

Перечень практических заданий для зачета

1. Разложить функцию в ряд.
2. Найти асимптотику решения алгебраического уравнения, используя диаграмму Ньютона.
3. Построить асимптотику интеграла.

5. Построить асимптотику решения сингулярно возмущенной начальной задачи.

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Вставьте пропущенное слово.

Все возмущения условно делятся на регулярные и _____.

Ответ: сингулярные.

2. Выберите вариант ответа, в котором описываются признаки регулярного возмущения уравнений.

a. При переходе от возмущенного уравнения к вырожденному сохраняются тип уравнения и число решений. Решение возмущенного уравнения стремится к решению вырожденного, если малый параметр устремить к 0.

b. При переходе от возмущенного уравнения к вырожденному изменяются тип уравнения и число решений. Отсутствует предельный переход решения возмущенного уравнения к решению вырожденного, если малый параметр устремить к 0.

Ответ: а.

3. Выберите правильный/ые вариант/ты ответа. Запись

$$\alpha(x) = o(\beta(x)), \quad x \rightarrow c,$$

где $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ - функции, определенные в некоторой проколотовой окрестности точки c , означает, что

a. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0.$

b. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1.$

c. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty.$

d. $\lim_{x \rightarrow c} \alpha(x) = 0.$

e. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 0.$

f. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = \infty.$

Ответ: а, f.

4. Выберите правильный/ые вариант/ты ответа. Запись

$\alpha(x) = O(\beta(x)), x \rightarrow c$, где $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — функции, определенные в некоторой проколотовой окрестности точки c , означает, что

- a. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$.
- b. $\exists (M > 0) [|\alpha(x)| \leq M|\beta(x)|, x \rightarrow c]$.
- c. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$.
- d. $\exists (M > 0) [|\alpha(x)| \geq M|\beta(x)|, x \rightarrow c]$.
- e. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\beta(x)}{\alpha(x)} = 0$.
- f. $\forall (M > 0) |\alpha(x)| \leq M|\beta(x)|$.

Ответ: b.

5. Последовательность $\{u_n(x)\}$, определенную в проколотой окрестности точки c , называют асимптотической в точке c , если
- a. $\forall (n \geq 0) [|u_{n+1}(x)| \leq M|u_n(x)|, x \rightarrow c]$.
 - b. $\forall (n \geq 0) [u_{n+1}(x) = o(u_n(x)), x \rightarrow c]$.
 - c. $\exists (n \geq 0) [u_{n+1}(x) = o(u_n(x)), x \rightarrow c]$.
 - d. $\exists (n \geq 0) [u_{n+1}(x) = O(u_n(x)), x \rightarrow c]$.

Ответ: b.

6. Выпишите определение асимптотического разложения функции $f(x)$ по асимптотической последовательности $\{u_n(x)\}, x \rightarrow c$ в смысле Пуанкаре.
- a. $\forall (n \geq 0) [f(x) - u_{n+1}(x) = o(u_n(x)), x \rightarrow c]$.
 - b. $\exists (\{a_n\}) \forall (N \geq 0) [f(x) - \sum_{n=0}^N a_n u_n(x) = O(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.
 - c. $\forall (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=0}^N u_n(x) = O(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.
 - d. $\exists (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=0}^N u_n(x) = o(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.
 - e. $\exists (\{a_n\}) \forall (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=0}^N a_n u_{n+1}(x) = O(u_N(x)), x \rightarrow c]$.

Ответ: b.

7. Выпишите определение асимптотического разложения $\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x)$ функции $f(x)$ по асимптотической последовательности $\{u_n(x)\}, x \rightarrow c$ в смысле Эрдейи.
- a. $\forall (n \geq 0) [f(x) - u_{n+1}(x) = o(u_n(x)), x \rightarrow c]$.
 - b. $\exists (\{a_n\}) \forall (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=0}^N a_n u_n(x) = O(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.
 - c. $\forall (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) = O(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.

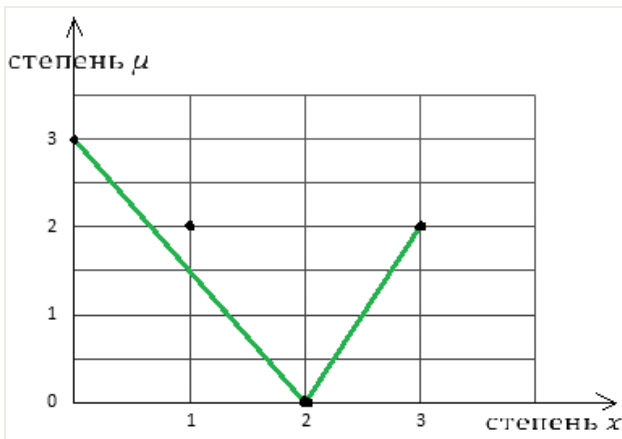
d. $\exists (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=1}^N \varphi_n(x) = o(u_{N+1}(x)), x \rightarrow c]$.

e. $\exists (\{a_n\}) \forall (N \in \mathbb{N}) [f(x) - \sum_{n=0}^N a_n u_{n+1}(x) = O(u_N(x)), x \rightarrow c]$.

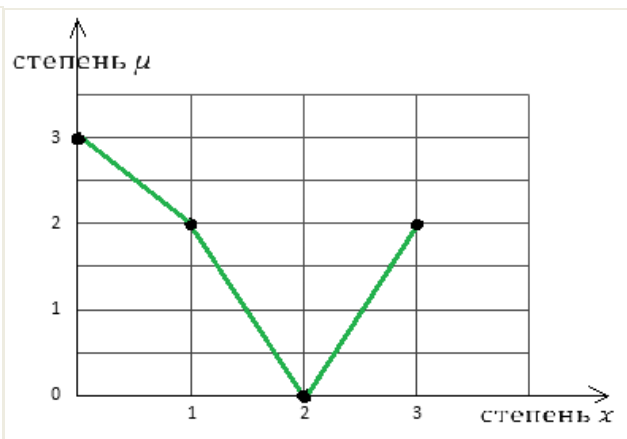
Ответ: с.

8. Выберите верный вариант построения диаграммы Ньютона для нахождения решения уравнения $F(\mu, x) = \mu^3 - 3\mu^2x - 4x^2 - \mu^2x^3 = 0$.

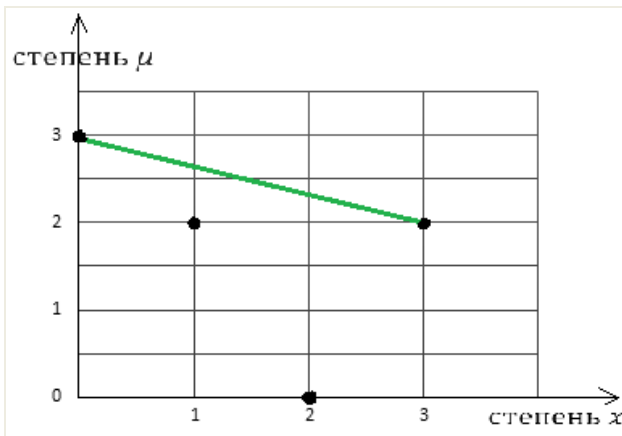
a.



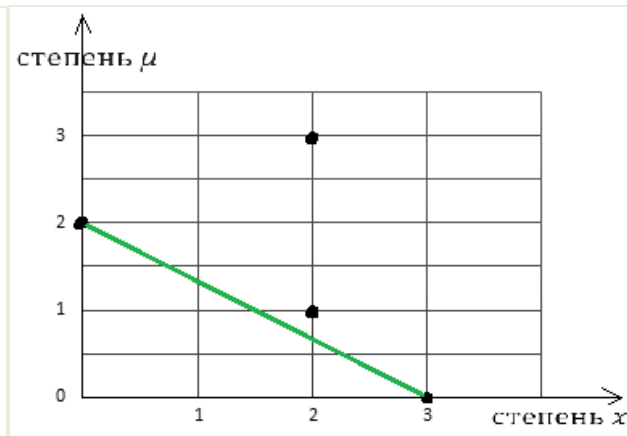
b.



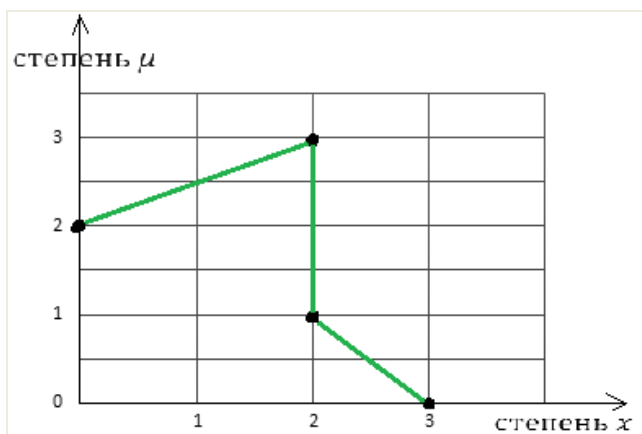
c.



d.



e.



Ответ: а.

9. Выберите корректную формулировку теоремы об асимптотическом разложении обратной функции (в окрестности обычной точки).

Пусть $f(x)$ строго монотонна в окрестности нуля и $f(x) = x + \sum_{n=2}^{\infty} a_n x^n, x \rightarrow 0$. Тогда для обратной функции справедливо ...

- а. $f^{-1}(y) = y + \sum_{n=2}^{\infty} b_n y^n, y \rightarrow 0$, где b_n находят рекуррентно.
- б. $f^{-1}(y) = y + \sum_{n=2}^{\infty} b_n y^n, y \rightarrow \infty$, где b_n находят рекуррентно.
- с. $f^{-1}(y) = -y - \sum_{n=2}^{\infty} b_n y^n, y \rightarrow 0$, где b_n находят рекуррентно.

Ответ: а.

10. Пусть функции $\alpha(x), \beta(x)$ определены в некоторой проколотой окрестности точки $x = c$. Тогда обозначение $\alpha(x) \sim \beta(x), x \rightarrow c$ эквивалентно условию

- а. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$.
- б. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = M = const$.
- с. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$.
- д. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$.

Ответ: с.

11. Метод Лапласа – это метод нахождения асимптотики при $\lambda \rightarrow +\infty$ интеграла вида

- a. $F(\lambda) = \int_a^b e^{\lambda h(t)} \varphi(t) dt.$
- b. $F(\lambda) = \int_a^b \lambda \varphi(t) dt.$
- c. $F(\lambda) = \int_a^{b-\lambda} e^{h(t)} \varphi(t) dt.$
- d. $F(\lambda) = \int_\lambda^b \varphi(t) dt.$

Ответ: а.

12. Найти член нулевого порядка для асимптотического разложения решения задачи: $\epsilon \frac{dx}{dt} + 2x + 1 = 0, x(0) = 1.$

- a. $-1/2.$
- b. $-1/2 + 3e^{-2t/\epsilon}/2.$
- c. $e^{-2t/\epsilon}.$
- d. $-1/2 + 5e^{-2t/\epsilon}/2.$

Ответ: b

13. В каком виде записывается асимптотика погранслоного типа для решения задачи Коши для сингулярно возмущенного дифференциального уравнения (с малым параметром при производной)?

- a. $\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n x_n(t).$
- b. $\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n (x_n(t) + \Pi_n x(\tau)), \tau = t/\epsilon, \Pi_n x(\tau) \rightarrow 0, \tau \rightarrow \infty.$
- c. $\sum_{n=0}^{\infty} (x_n(t) + \Pi_n x(\tau)), \tau = t/\epsilon, \Pi_n x(\tau) \rightarrow 0, \tau \rightarrow \infty.$
- d. $\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n (x_n(t) + \Pi_n x(\tau)), \tau = t/\epsilon, \Pi_n x(\tau) \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0.$

Ответ: b.

14. Найти члены нулевого порядка асимптотического решения задачи:

$$\frac{dx}{dt} = \epsilon(\ln x e^y + \epsilon^2),$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x + \epsilon e^y,$$

$$x(0) = 1, y(0) = 0.$$

- a. $x_0 = 1, y_0 = 2t.$

b. $x_0 = -t^2 + 1, y_0 = 2t$.

c. $x_0 = -t^2 + t + 1, y_0 = e^{2t}$.

Ответ: а.

15. Указать условие для собственных значений $\lambda(t)$ матрицы $g_y(x(t), \varphi(x(t)))$, где $y(t) = \varphi(x(t))$ - решение уравнения $g(x, y) = 0$, при котором возможно построение асимптотики решения пограничного типа для решения задачи Коши

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \frac{dy}{dt} = g(x, y), x(0) = x^0, y(0) = y^0.$$

a. $\operatorname{Re} \lambda(t) > 0$.

b. $\operatorname{Im} \lambda(t) < 0$.

c. $\operatorname{Re} \lambda(t) = 0$.

d. $\operatorname{Re} \lambda(t) < 0$.

Ответ: d.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).